

## 2 Логика

**Задача 2.1.** Постройте отрицание высказывания «Нынешний король Франции имеет бороду».

**Задача 2.2.** Проверить, является ли тавтологией

$$f(x, y, z) = (x \rightarrow y) \rightarrow ((y \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow z)).$$

**Задача 2.3.** Доказать, что не существует функции, существенно зависящей от обеих своих переменных таких, что  $f(x, y) = f(\bar{x}, \bar{y})$ .

**Задача 2.4.** Отметьте выражения являющиеся эквивалентными данному:

$$A \rightarrow (B \rightarrow C).$$

1.  $A \rightarrow B \wedge C$
2.  $A \wedge B \rightarrow C$
3.  $A \vee (\bar{C} \rightarrow \bar{B})$
4.  $A \wedge C \rightarrow B$
5.  $\bar{C} \wedge B \rightarrow A$
6.  $\bar{C} \wedge \bar{B} \rightarrow \bar{A}$

**Задача 2.5.** Проверить, является ли тавтологией

$$f(x, y, z) = (x \rightarrow y) \rightarrow ((y \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow z)).$$

**Задача 2.6.** По вектору (10011000) таблице функции от 3 переменных построить её СДНФ и СКНФ

**Задача 2.7.** Найдите логическую функцию, зависящую от трёх логических переменных  $A$ ,  $B$  и  $C$ , если известно, что:

1. Существует только три различных комбинации значений логических переменных, для которых значение функции будет «ложь».
2. Если значение логической переменной  $A$  принять за «ложь», то искомая функция станет эквивалентна логической функции  $F(A, B, C) = C$ .
3. Если значение логической переменной  $B$  принять за «ложь», то искомая функция станет эквивалентна логической функции  $F(A, B, C) = A \vee C$ .
4. Если значение логической переменной  $C$  принять за «ложь», то искомая функция станет эквивалентна логической функции  $F(A, B, C) = A \wedge \bar{B}$ .

Найдите ответ с минимальным числом операций.

**Задача 2.8.** Существует ли такая бинарная функция  $*$   $\in \{\wedge, \vee, \rightarrow, \oplus, \equiv, ', \downarrow\}$ , для которой выполняется

$$x \oplus (y * z) = (x \oplus y) * (x \oplus z)$$

Другими словами, есть ли такая функция  $*$ , что пара функций  $\{\oplus, *\}$  является дистрибутивной.

**Задача 2.9.** Определите значение истинности высказываний  $A, B, C, D$ , если известна истинность следующих выражений:

1.  $(A \vee B) \rightarrow (C \wedge D) = 0$
2.  $(A \wedge D) \equiv \overline{B \wedge C} = 1$
3.  $(B \vee D) \rightarrow (A \wedge C) = 1$

**Задача 2.10.** Известно, что высказывание  $x \rightarrow y$  является истинным. Тогда для каких из перечисленных логических выражений можно однозначно определить их логическое значение (истинность или ложность)?

1.  $\overline{x \rightarrow y} \rightarrow z$
2.  $\overline{\overline{y} \rightarrow \overline{x}} \rightarrow y$
3.  $(x \rightarrow y) \rightarrow z$
4.  $(\overline{y} \rightarrow \overline{x}) \rightarrow \overline{x \rightarrow y}$
5.  $z \rightarrow (x \rightarrow y)$

**Задача 2.11.** Выражение  $F(A, B, C)$  называется логическим следствием из выражения  $G(A, B, C)$ , если выполняется следующее условие: на тех наборах переменных  $(A, B, C)$ , где выражение  $G$  принимает истинное значение, выражение  $F$  также принимает истинное значение.

Какие из перечисленных выражений

1.  $F(A, B, C) = A \vee (\overline{C} \rightarrow \overline{B})$
2.  $F(A, B, C) = \overline{A} \vee (\overline{C} \rightarrow B)$
3.  $F(A, B, C) = A \vee (\overline{C} \rightarrow B)$
4.  $F(A, B, C) = A \wedge (\overline{C} \rightarrow \overline{B})$
5.  $F(A, B, C) = (C \rightarrow B) \rightarrow A$

являются логическим следствием выражения

$$G(A, B, C) = A \wedge (B \rightarrow \overline{C}).$$

**Задача 2.12.** Расположите формулы в таком порядке, чтобы из каждой формулы логически следовала любая из последующих:

1.  $(P \rightarrow Q) \wedge ((S \wedge Q) \rightarrow P)$
2.  $\neg Q \rightarrow (P \rightarrow S)$
3.  $P \rightarrow (\neg Q \rightarrow S) \wedge Q$
4.  $\neg(P \vee S) \wedge (P \rightarrow Q)$

**Задача 2.13.** Выразите через штрих Шеффера

1.  $x \equiv y$
2.  $x \oplus y$
3.  $x \downarrow y$

**Задача 2.14.** Выразите через стрелку Пирса

1.  $\overline{x}$
2.  $x \wedge y$
3.  $x \vee y$
4.  $x \rightarrow y$
5.  $x \equiv y$
6.  $x \oplus y$
7.  $x|y$