

3 Битовые операции

Для удобства чтения и записи полагаем, что все следующие операции применяются ко всем битам числа.

- $\text{bitand} - \&$
- $\text{bitor} - |$
- $\text{bitxor} - \oplus$
- $\text{bitnot} - \sim$
- $\text{bitshl} - \ll$
- $\text{bitshr} - \gg$

Задача 3.1. На бесконечной двумерной доске играют в следующую игру.

- У каждой клетки четыре соседа.
- Живая клетка, у которой два или более соседа живых или у которых нет живых соседей, умирает, иначе остаётся жить.
- Мёртвая клетка, у которой ровно два живых соседа, возрождается, иначе остаётся мёртвой.

Напишите логические уравнения, реализующие эту игру.

Задача 3.2. Опишите поведение выражений:

1. $X \& (X+1)$.
2. $X | (X-1)$
3. $\sim X \& (X+1)$
4. $\sim X \& (X-1)$
5. $\sim X | (X+1)$
6. $\sim X | (X-1)$
7. $X \& (-X)$

Задача 3.3. Выразите:

1. $X \& Y$ через операции \sim , $|$ и $-$.

2. $X \mid Y$ через операции \sim , $\&$ и $+$.

Задача 3.4. Для 32-бит X в дополнительном коде вычислить $|X|$.

Задача 3.5. Для 32-бит X и Y без знака вычислить их среднее без переполнения с округлением вниз.

Задача 3.6. Для знакового числа X найти значение функции $\text{sign}(x)$.

Задача 3.7. Для знаковых X и Y для следующих операций выразить следующие отношения:

1. $X = 0$.
2. $X \neq 0$.

Результатом сравнения должны быть числа 0 или 1.

Задача 3.8. Для знаковых X и Y для следующих операций выразить следующие отношения:

1. $X = Y$.
2. $X \neq Y$.

Результатом сравнения должны быть числа 0 или 1.

Задача 3.9. Для беззнаковых X и Y выразить операции:

1. Циклического сдвига X вправо на Y позиций.
2. Циклического сдвига X влево на Y позиций.

Задача 3.10. Для беззнаковых X и Y написать все шаги нахождения gcd этих чисел бинарным алгоритмом.

1. 784 и 939
2. 3072 и 2400